ZASADY WYKONYWANIA DZIAŁAŃ NA LICZBACH PRZYBLIŻONYCH

Zaokrąglanie liczb

Z uwagi na skończoną dokładność, z jaką można przedstawić wyniki pomiarów i obliczeń, uzyskane liczb zaokrągla się według prostej zasady zilustrowanej przykładami:

1,234≅1,23,

1,236≅1,24.

Problem pojawia się gdy zaokrąglana liczba kończy się na „...5” i trudno bez dodatkowej umowy zaokrąglić ją sensownie w górę lub w dół. Umawiamy się więc, że **jeżeli końcówka „...5” poprzedzona jest cyfrą parzystą liczbę zaokrąglamy w dół, jeżeli nieparzystą - w górę; tak jak w poniższych przykładach**.

1,235≅1,24,

1,225≅1,22.

W wyniku otrzymujemy liczbę parzystą, która użyta w innych działaniach da się podzielić przez 2 bez wywołania efektu, z którym właśnie mieliśmy do czynienia.

Zaokrąglać można również liczby, które zapisane są bez części ułamkowych (bez przecinka) - na przykład:

(do dziesiątek) 1246≅1250,

(do setek) 1246≅1200, itd.

Proste działania na liczbach przybliżonych

a) dodawanie i odejmowanie.

Wynik dodawania i odejmowania zaokrąglamy do tej pozycji dziesiętnej, do której zaokrąglony jest najmniej dokładny składnik - na przykład:

$1{,}23+1{,}345 = 2{,}575 \cong 2{,}58$, ponieważ składnik 1,23 wyrażony jest z dokładnością do części setnych.

$1{,}856 - 0{,}75 = 1{,}106 \cong 1{,}11$, ponieważ odjemnik 0,75 wyrażony jest z dokładnością do części setnych.

Proste zadanie*: stado bizonów liczyło około 300 osobników. Jeden bizon wpadł pod tramwaj. Ile osobników liczy teraz stado bizonów.*

$300-1 = 299 \cong 300$, ponieważ liczebność stada oszacowana była z dokładnością do setek (gdyby nawet liczebność była oszacowana do dziesiątek, wynik byłby ten sam).

b) mnożenie, dzielenie, potęgowanie (w tym pierwiastkowanie).

Wyniki powyższych działań przedstawiamy za pomocą tylu cyfr znaczących, do ilu zaokrąglony był najmniej dokładny czynnik - na przykład:

$7{,}23*6{,}1 = 44{,}103 \cong 44$, ponieważ czynnik 6,1 przedstawiony był za pomocą 2 cyfr znaczących.

$3{,}5555/3{,}55 = 1{,}001549(...) \cong 1{,}00$

$2{,}34^2 = 5{,}4756 \cong 5{,}48$.

Uwaga: zera na początku liczby nie są cyframi znaczącymi!

$0{,}25*74{,}5 = 18{,}625 \cong 19$.

Zera na końcu liczby, po przecinku, tam gdzie można by je opuścić, w przypadku liczb dokładnych są znaczące:

$3{,}30*5{,}450 = 17{,}985 \cong 18{,}0$.

<u>Złożone działania na liczbach przybliżonych</u>

Z zasady zaokrąglamy dopiero wynik ostateczny, ale robimy to w sposób wynikający z zasad zaokrąglania poszczególnych prostych działań - na przykład:

4,22 + 1,1/3,22 = 4,22+0,34161(...) = 4,561615(...) ≅ 4,56.
W wyniku dzielenia 1,1/3,22 mamy dwa miejsca znaczące, a więc w 0,34161(...) są to cyfry do setnych włącznie. Skoro liczba 4,22 jest również przedstawiona z dokładnością do setnych, sumę 4,22+0,34161(...) należy przedstawić z taką właśnie dokładnością.

Proste zadanie 1: Jeden z pokoi w mieszkaniu Kowalskiego ma powierzchnię 11 m^2, drugi prostokątny pokój Kowalski zmierzył osobiście, pokój miał ściany o długościach 3,11 i 3,67 m. Jaką powierzchnie zajmują oba pokoje łącznie?
*11 + 3,11*3,67 = 11 + 11,4137 = 22,4137 ≅22. Powierzchnia drugiego pokoju powinna zostać zaokrąglona do 3 cyfr znaczących. Podana jest zatem z dokładnością do dziesiątych części metra kwadratowego. Jednak powierzchnia pierwszego pokoju podana jest z dokładnością do jedności (pełnych metrów kwadratowych), zatem tak również należy przedstawić sumę 11+11,4137.*

<u>Szacowanie błędów podczas obliczeń</u>
i) Błędem nazywamy różnicę między wartością rzeczywistą, a wartością zmierzoną lub obliczoną. Gdybyśmy dokładnie znali wartość rzeczywistą nie istniałaby potrzeba szacowania błędu - jego wartość byłaby oczywista.
ii) W przypadku szacowania błędu wartości obliczonej można skorzystać z metody różniczki zupełnej. iii) Błąd zaokrąglamy zawsze w górę.
Najprostszy przypadek jednej zmiennej ilustruje poniższy przykład:
Jaki błąd popełniamy obliczając powierzchnię koła o promieniu r=3,21 m, jeżeli błąd pomiaru promienia wynosi Δr=0,01 m. Obliczmy najpierw wartość pola:
$S = \pi r^2 = 3,1416*3,21^2 \cong 32,37136(...) \cong 32,4\ m^2$.
S'_r = {pochodna pola po r} = $2\pi r$.
$\Delta S = |S'_r| \Delta r = 2\pi r*\Delta r = 2*3,1416*3,21*0,01 = 0,20169(...) \cong 0,3$
zatem $S = 32,4 \pm 0,3\ m^2$.

Przypadek wielu zmiennych ilustruje kolejny przykład:

jaki błąd popełniamy obliczając objętość walca o promieniu podstawy

$r = 2{,}11$ m i wysokości $h = 4{,}23$ m. Błąd pomiaru długości wynosi 0,01 m

$V = \pi r^2 h = 3{,}1416*2{,}11^2*4{,}23 \cong 59{,}2\ m^3$,

$\Delta V = /V'_r/\Delta r + /V'_h/*\Delta h = 2\pi rh*\Delta r + \pi r^2*\Delta h =$

$= 2*3{,}1416*2{,}11*4{,}23*0{,}01 + 3{,}1416*2{,}11^2*0{,}01 =$

$= 0{,}031416*2{,}11*(2*4{,}23+2{,}11) \cong 0{,}70066 \cong 0{,}8$,

a więc

$V = 59{,}2 \pm 0{,}8\ m^2$.